

ÎMPĂRȚIREA CU REST A NUMERELOR NATURALE

Nu toate împărțirile se efectuează exact.

De exemplu , dacă dorim să împărțim 22 de bomboane la 4 copii, câte bomboane revin de copil și câte bomboane rămân în cutie?



Copil 1	Copil 2	Copil 3	Copil 4

Împărțind în mod egal câte o bomboană la fiecare copil, la sfârșit observăm că fiecare copil primește 5 bomboane și mai rămân 2 bomboane în cutie.

Deci $22 : 4 = 5 \text{ rest } 2$

22 = deîmpărțitul

4 = împărțitorul

5 = câtul

2 = restul

Pentru a efectua împărțiri cu rest, procedăm la la împărțirile cu rest 0 .
Exerciții :

1. Aflați câtul și restul următoarelor împărțiri :

a) $2715 : 37 = 73 \text{ rest } 14$

$2715 : 37 = 73$

$$\begin{array}{r} 259 \\ \underline{=125} \\ 111 \\ \underline{=14} \end{array}$$

37 în 27 „nu merge”, iar 37 în 271 se cuprinde de 7 ori

$37 \cdot 8 = 296$, $37 \cdot 7 = 259$, $37 \cdot 3 = 111$

b) $3170 : 37 =$

c) $4156 : 29 =$

d) $4128 : 108 =$

Cum verificăm dacă am efectuat corect calculele ?

Pentru verificare facem proba, astfel :

Câtul · Împărțitorul + restul = deîmpărțitul

$$73 \cdot 37 + 14 = 2701 + 14 = 2715$$

Împărțirea nu este asociativă, nici comutativă și nu are element neutru

TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST

Oricare ar fi două numere naturale D și Î (Î ≠ 0), există numerele naturale C și R , unic determinate, astfel încât :

$$D = \hat{I} \cdot C + R , R < \hat{I} \quad (\text{teorema împărțirii cu rest – T.Î.R.})$$

$$\text{Deîmpărțitul} = \hat{\text{Împărțitorul}} \cdot \text{Câtul} + \text{Restul} , \quad \text{Restul} < \hat{\text{Împărțitorul}}$$

Observație : Dacă restul este 0 , spunem că împărțirea se efectuează exact.

Aplicații :

1. Spune dacă următoarele propoziții sunt adevărate sau false?

a) Dacă împărțitorul este 5, restul poate fi 7. ☐

b) Dacă împărțitorul este 19, restul poate fi 15. ☐

c) Dacă împărțitorul este 5, restul poate fi 8. ☐

d) Dacă împărțitorul este 6, restul poate fi ☐

Se pune condiția ca restul < Împărțitorul

2. O florăreasă are 125 trandafiri. Așează trandafirii în buchete de câte 7.

Câte buchete cu trandafiri are? Câți trandafiri nu pot forma un buchet?

3. Să se afle toate numerele care :

a) Împărțite la 83 dau câtul 2 și restul 13 ;

b) Împărțite la 13 dau restul 1 și câtul 7 ;

c) Dau un rest egal cu câtul la împărțirea prin 3 ;

d) Dau un cât egal cu împărțitorul la împărțirea prin 4.

Indicație : a) $d = 83 \cdot 2 + 13$

4. Aflați un număr natural care împărțit la un număr de două cifre dă câtul 72 și restul 98 .

5. Verificați relațiile de mai jos și precizați care dintre ele poate reprezenta teorema împărțirii cu rest, specificând câtul, împărțitorul și restul :

a) $91 = 14 \cdot 6 + 7$

Deoarece $7 > 6$, 6 nu poate fi împărțitor , dar poate fi cât, deci

Împărțitorul = 14 , câtul = 6 , restul = 7

$91 : 14 = 6 \text{ rest } 7$

b) $201 = 18 \cdot 11 + 3$

c) $195 = 20 \cdot 9 + 15$

6. Fie a și b două numere naturale și $x = 6a + 3b + 20$. Aflați restul împărțirii numărului x la 3

$$x = 3(2a + b) + 20$$

restul nu poate fi 20, deoarece $20 > 3$, atunci

$$x = 3(2a + b) + 18 + 2 = 3(2a + b) + 3 \cdot 6 + 2 = 3(2a + b + 6) + 2, \\ \text{restul este } 2.$$

7. Fie a și b două numere naturale și $x = 15a + 25b + 37$. Aflați restul împărțirii numărului x la 5.