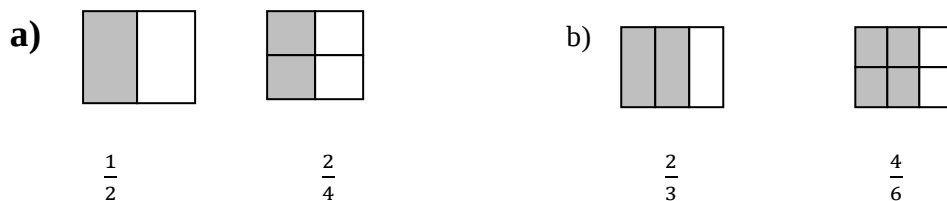


FRAȚII ECHIVALENTE

Exercițiu : Reprezentați cu ajutorul unui pătrat cu latura de 3 cm următoarele fracții : a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{4}$; b) $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{6}$



În exemplele de mai sus observăm că perechile de fracții reprezintă aceeași parte din întreg. Putem scrie că :

a) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; b) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

Observăm că : a) $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$ și b) $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$

Definiție : Frațiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt echivalente (egale) și notăm $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$,
dacă $a \cdot d = b \cdot c$

Exemple : a) $\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$, deoarece $5 \cdot 12 = 3 \cdot 20 = 60$

b) $\frac{7}{2} = \frac{14}{4}$, deoarece $7 \cdot 4 = 2 \cdot 14 = 28$

Exemple : $\frac{5}{4} \neq \frac{20}{15}$, deoarece $5 \cdot 15 \neq 4 \cdot 20$

Aplicații :

1. Alegeți o pereche de fracții echivalente din șirul $\frac{2}{3}, \frac{3}{9}, \frac{4}{8}, \frac{1}{7}, \frac{2}{6}$.

2. Care din următoarele perechi de fracții sunt echivalente ?

a) $\frac{10}{15}$ și $\frac{2}{3}$; b) $\frac{48}{33}$ și $\frac{3}{2}$; c) $\frac{35}{75}$ și $\frac{21}{45}$

3. Stabiliți care din următoarele propoziții sunt adevărate:

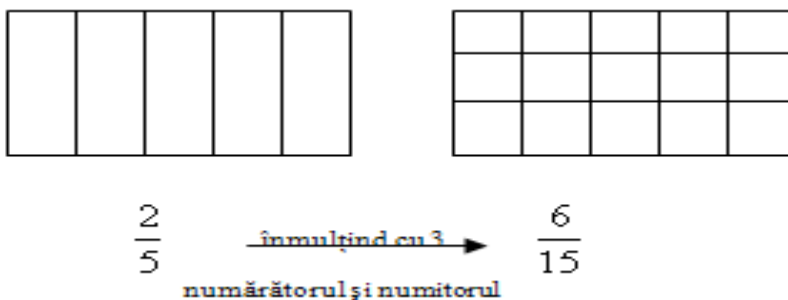
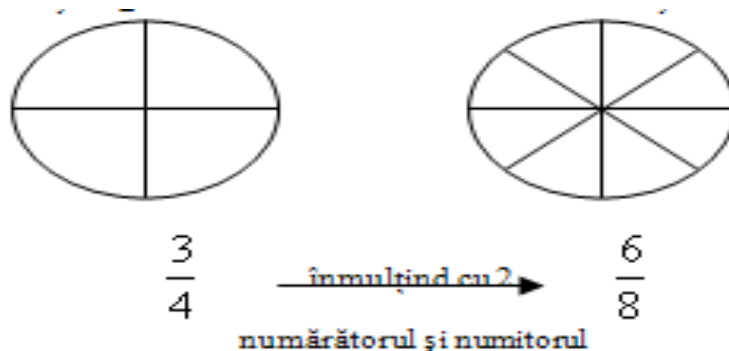
a) $\frac{7}{14} = \frac{9}{18}$; b) $\frac{43}{12} = \frac{34}{9}$; c) $\frac{9^{18}}{8^6} = \frac{27^{12}}{4^9}$

4. Rezolvați următoarele ecuații:

a) $\frac{x}{20} = \frac{4}{5}$; b) $\frac{45}{y} = \frac{9}{5}$; c) $\frac{a}{6} = 13$; d) $\frac{2}{3b} = \frac{10}{15}$

AMPLIFICAREA FRAȚIILOR

Verificați egalitatea următoarelor fracții



Scriem:

$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$ (spunem că: **am amplificat** fracția $\frac{3}{4}$ **cu 2**);

$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{6}{15}$ (spunem că: **am amplificat** fracția $\frac{2}{5}$ **cu 3**);

Definiție: *A amplifică fracția $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) cu numărul natural nenul n ,*

înseamnă a înmulți și numărătorul a și numitorul b cu n . Prin amplificare, se obține o fracție echivalentă (egală) cu cea dată.

Notăm:
$$\frac{n) a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$$

Exemple: a) $\frac{{}^2)7}{5} = \frac{14}{10}$; b) $\frac{{}^5)3}{10} = \frac{15}{50}$;

Aplicații :

1) Amplificați cu 4 următoarele fracții:

a) $\frac{2}{3} =$ b) $\frac{7}{5} =$ c) $\frac{11}{32} =$

d) $\frac{x}{y} =$ e) $\frac{x+1}{y+2} =$

2) Amplificați următoarele fracții cu: a) 3; b) 9; c) x; d) 2a.

$\frac{9}{11} =$

$\frac{17}{37} =$

$\frac{a}{b} =$

$\frac{a+3}{b+1} =$

3) Aflați cu ce numere trebuie amplificate fiecare din fracțiile următoare pentru a obține fracții cu numitorul 48.

$\frac{1}{2}$;

$\frac{5}{3}$;

$\frac{7}{6}$;

$\frac{9}{8}$;

$\frac{11}{16}$;

$\frac{25}{24}$;

$\frac{17}{12}$;

$\frac{13}{4}$.

4) Aflați numerele x și y astfel încât următoarele propoziții să fie adevărate:

a) $\frac{{}^y)3}{5} = \frac{x}{10}$;

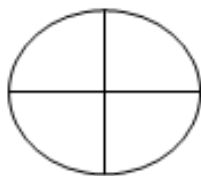
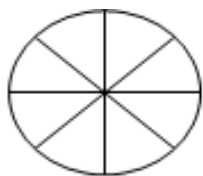
b) $\frac{{}^y)7}{x} = \frac{21}{15}$;

c) $\frac{{}^y)x+2}{x+7} = \frac{3x+6}{48}$;

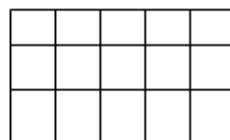
d) $\frac{{}^y)2}{7} = \frac{6}{x}$.

SIMPLIFICAREA FRACȚIILOR

Verificați egalitatea următoarelor fracții



$$\frac{6}{8} \xrightarrow[\text{numărătorul și numitorul}]{\text{împărțind cu 2}} \frac{3}{4}$$



$$\frac{6}{15} \xrightarrow[\text{numărătorul și numitorul}]{\text{împărțind cu 3}} \frac{2}{5}$$

Scriem:

$$\frac{6^{(2)}}{8} = \frac{3}{4} \text{ (spunem că: am simplificat fracția } \frac{6}{8} \text{ cu 2);}$$

$$\frac{6^{(3)}}{15} = \frac{2}{5} \text{ (spunem că: am simplificat fracția } \frac{6}{15} \text{ cu 3);}$$

Definiție: A simplifica fracția $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) cu numărul natural nenul n ,

înseamnă a împărți și numărătorul a și numitorul b la n . Prin simplificare, se obține o fracție egală cu cea dată.

Notăm:
$$\frac{a^{(n)}}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Exemple: a) $\frac{14^{(2)}}{10} = \frac{7}{5}$; b) $\frac{25^{(5)}}{50} = \frac{5^{(5)}}{10} = \frac{1}{2}$; c) $\frac{9^{(9)}}{36} = \frac{1}{4}$

Aplicații : Simplificați următoarele fracții: $\frac{6}{9}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{28}{30}$; $\frac{15}{40}$; $\frac{16}{48}$;

Definiție : Fracția $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) se numește ireductibilă dacă ea nu se poate simplifica cu nici un număr natural diferit de 1.

Exemple de fracții ireductibile: $\frac{2}{5}$; $\frac{25}{17}$; $\frac{19}{2}$; $\frac{5}{9}$

Definiție : O fracție care nu este ireductibilă , adică se poate simplifica cu un număr natural diferit de 1, se numește reductibilă.

Aplicații : 1. Simplificați următoarele fracții până când obțineți fracții

ireductibile : $\frac{5}{10}$; $\frac{80}{240}$; $\frac{54}{88}$; $\frac{18}{64}$; $\frac{160}{400}$; $\frac{270}{810}$; $\frac{320}{4800}$

2. Aflați numerele x și y astfel încât următoarele propoziții să fie adevărate:

$$a) \frac{6^{(x)}}{8} = \frac{3}{y};$$

$$b) \frac{x+1^{(y)}}{15} = \frac{2}{3};$$

$$c) \frac{7x+21^{(y)}}{x+2} = \frac{x+3}{5};$$

$$d) \frac{2x+4^{(y)}}{20} = \frac{1}{2}.$$

3. Arătați că următoarele fracții sunt reductibile:

$$a) \frac{a^2 + a}{2a + 4};$$

$$b) \frac{a^2 + a}{a^3 + a^2};$$

$$c) \frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}}.$$

4. Găsiți toate fracțiile de forma $\frac{\overline{2a}}{72}$, care se simplifica cu 2; 3; 4; 5; 6.

5. Să se arate că fracțiile următoare sunt reductibile pentru $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$a) \frac{10^n + 8}{9 \cdot 10^n}$$

$$b) \frac{10^{n+1} + 2}{10^{n+2} - 2}$$