

MULȚIMI FINITE . MULȚIMI INFINITE

Fie mulțimile :

$$A = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$$

$$B = \{ 1, 4, 9, 16 \}$$

$$C = \{ 0, 1, 2, 3, \dots, 2015 \}$$

$$D = \mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, \dots, 11, 12, \dots, 2015, \dots \}$$

$$E = \mathbb{N}^* = \{ 1, 2, 3, \dots, 11, 12, \dots, 2015, \dots \}$$

Observăm că mulțimea A are 5 elemente, deci $\text{card } A = 5$, $\text{card } B = 4$

$\text{card } C = 2016$, iar mulțimile D și E nu se „termină” niciodată. Despre mulțimile A, B, C spunem că sunt mulțimi finite, iar mulțimile D și E sunt mulțimi infinite.

Definiție : Dacă numărul de elemente al unei mulțimi poate fi scris ca un număr natural, atunci mulțimea se numește mulțime finită.

Exemplu: $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$ este o mulțime finită pentru că mulțimea A are 5 elemente, deci $\text{card } A = 5$.

$B =$ mulțimea tuturor oamenilor de pe Pământ este o mulțime finită deoarece numărul elementelor lui B poate fi scris ca un număr natural.

Definiție: O mulțime se numește infinită dacă nu are un număr finit de elemente.

Sau

O mulțime se numește infinită dacă nu este mulțime finită.

Exemplu: $\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, \dots, 11, 12, \dots, 2015, \dots \}$ - mulțimea numerelor naturale este o mulțime infinită.

$\mathbb{N}^* = \{ 1, 2, 3, \dots, 11, 12, \dots, 2015, \dots \}$ - mulțimea numerelor naturale nenule este o mulțime infinită.

Observație : Mulțimea divizorilor unui număr natural nenul este o mulțime finită

D_a = mulțime finită ($a \neq 0$)

$D_4 = \{ 1, 2, 4 \} =$ mulțime finită

$D_{24} = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 \} =$ mulțime finită

Observație : Mulțimea multiplilor unui număr natural nenul este o mulțime infinită

M_a = mulțime finită ($a \neq 0$)

$M_4 = \{ 0, 4, 8, 12, 16, 20, \dots \} =$ mulțime infinită

$M_{10} = \{ 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, \dots \} =$ mulțime infinită

Aplicații :

1. Care dintre următoarele mulțimi sunt finite ?
 $A = \{ 1, 2, 3 \}$; $B = \{ \text{mulțimea cifrelor impare din baza } 10 \}$
 $C = \{ 8, 7, 5, 4, 21 \}$; $D = \{ \text{mulțimea numerelor naturale} \}$.
2. Precizați care dintre mulțimile de mai jos sunt infinite :
a) D_{21} ; b) M_3 ; c) M_{17} ; d) $\{ n = 2^k \mid k \in \mathbb{N} \}$.
3. Dați exemplu de două mulțimi infinite a căror intersecție să fie mulțimea vidă.
4. Fie mulțimile :
 $A = \{ x \mid x = 15n + 7, n \in \mathbb{N} \}$ și $B = \{ y \mid y = 2015p + 3, p \in \mathbb{N} \}$.
Stabiliți dacă mulțimea $A \cap B$ este finită sau infinită.